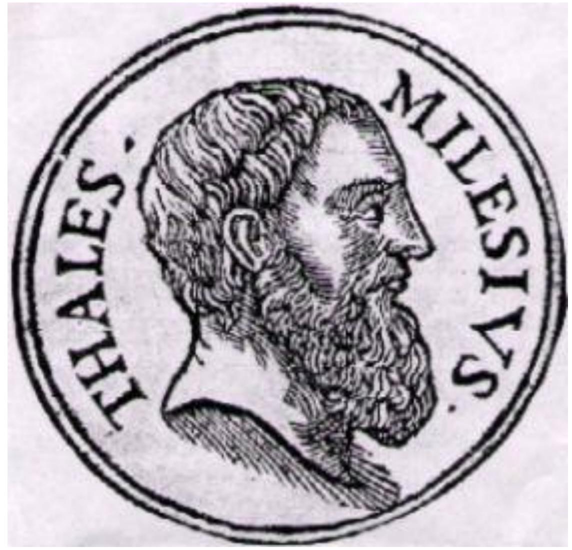
3° Convegno
Storia della Matematica in classe
L'Aquila 15-16-17 ottobre 2015

Misurare altezze: da Talete … a Fibonacci

Bruno Jannamorelli

Talete di Mileto (624 a.C, 546 a.C)



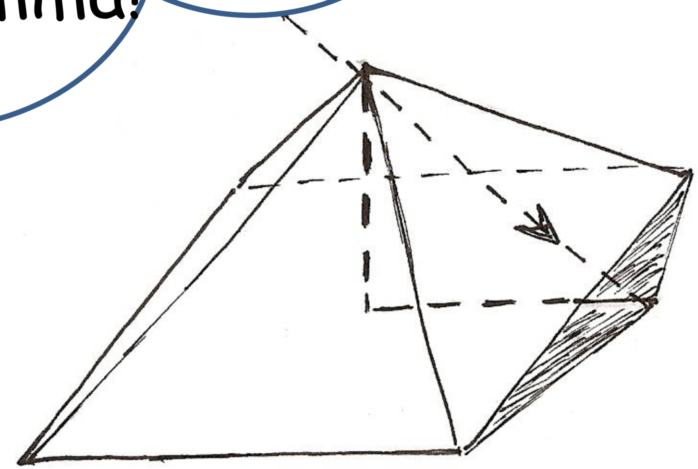
Gli dei hanno dato agli uomini
due orecchie e una bocca
per poter ascoltare il doppio
e parlare la metà.

«… siccome, povero com'era [Talete], *gli rinfacciavano l'inutilità della filosofia, avendo previsto in base a calcoli astronomici un'abbondante raccolta di olive, ancora in pieno inverno, pur disponendo di poco denaro, si accaparrò tutti i frantoi di Mileto e di Chio per una cifra irrisoria, dal momento che non ve n'era alcuna richiesta; quando giunse il tempo della raccolta, cercando in tanti urgentemente tutti i frantoi disponibili, egli li affittò al prezzo che volle imporre, raccogliendo così molte ricchezze e dimostrando che per i filosofi è molto facile arricchirsi, ma tuttavia non si preoccupano di questo.»*


… è impossibile misurarla!
Tra la piramide di Cheope
e noi non esiste alcun
denominatore comune.

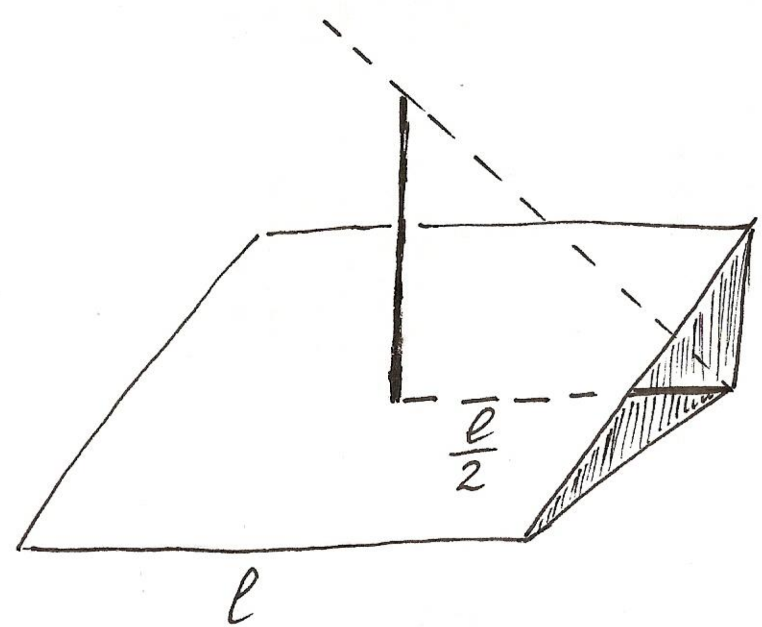

Il rapporto tra me e la mia ombra è uguale a quello tra la piramide e la sua …

Non posso misurare l'altezza
della piramide?
Allora misurerò la sua ombra
schiacciata al suolo.
… misurare l'inaccessibile
grazie all'accessibile.
La matematica è uno
stratagemma!



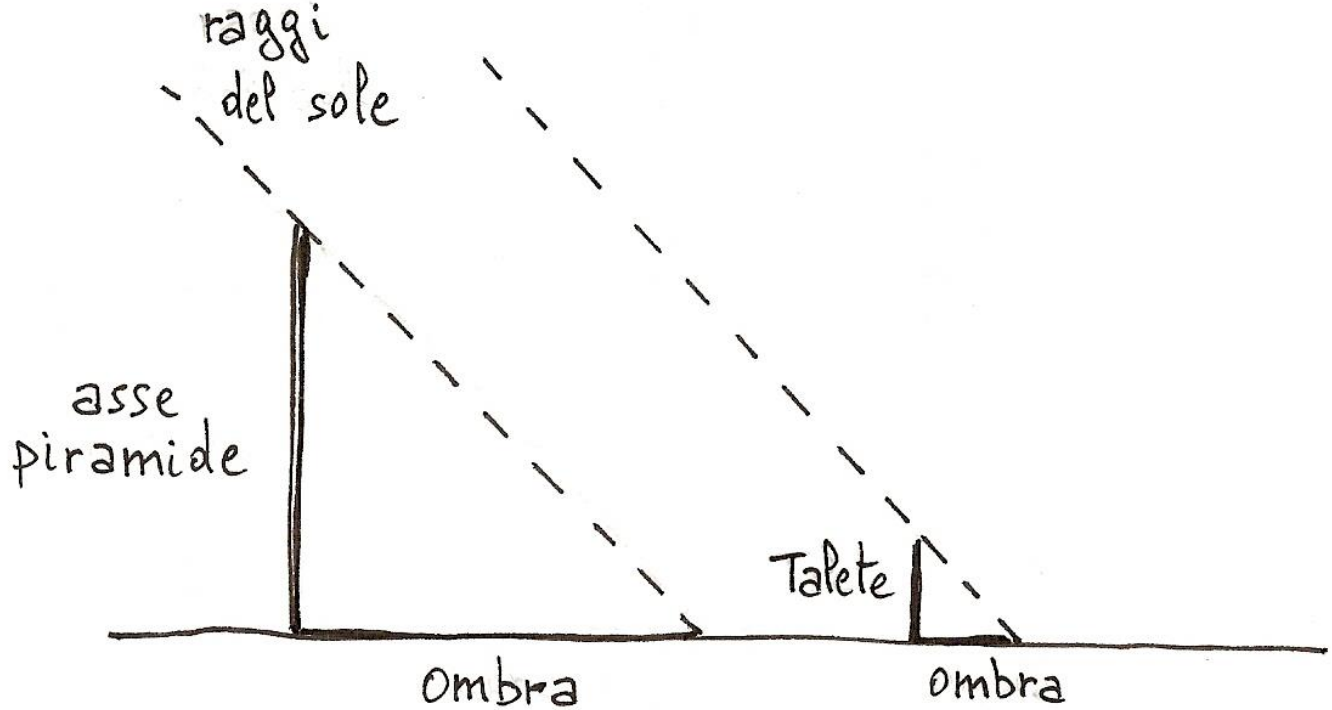
… Sembra facile.

Cancellare, semplificare, … astrarre, ecco cosa ha fatto Talete



A mezzogiorno l'ombra dell'asse della piramide è perpendicolare al lato di base (una faccia della piramide è orientata a sud). L'ombra deve estendersi all'esterno della piramide e la mia ombra deve essere uguale alla mia altezza.

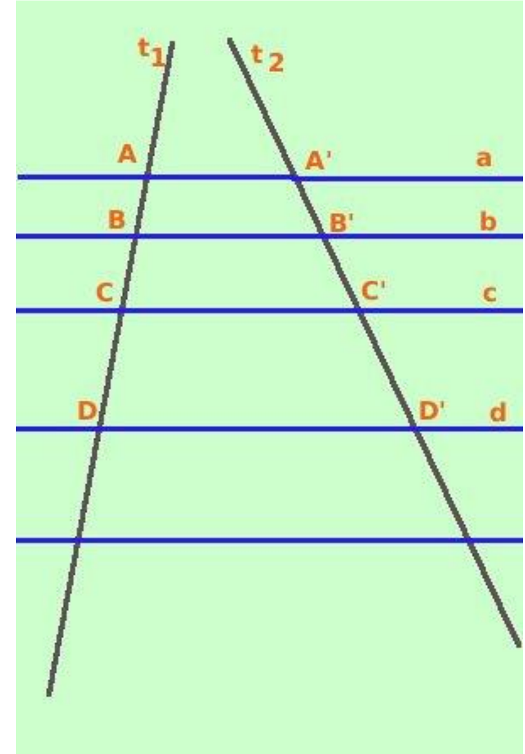
Solo il 21 nov
o il 20 gen.



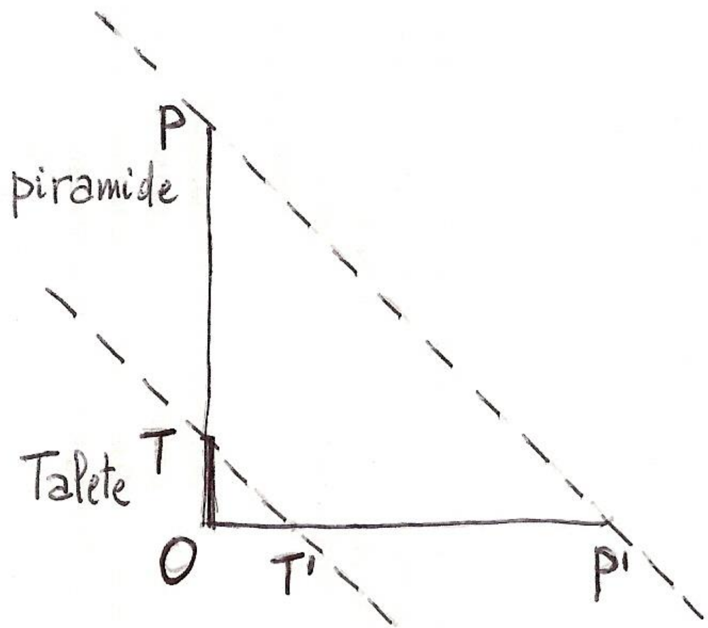
L'ombra della piramide : 18 *talete*
La metà del lato di base : 67 *talete*

La piramide di Cheope è alta: 85 *talete* = 147m

… e il teorema di Talete?



«Un fascio di rette tagliate da due trasversali …

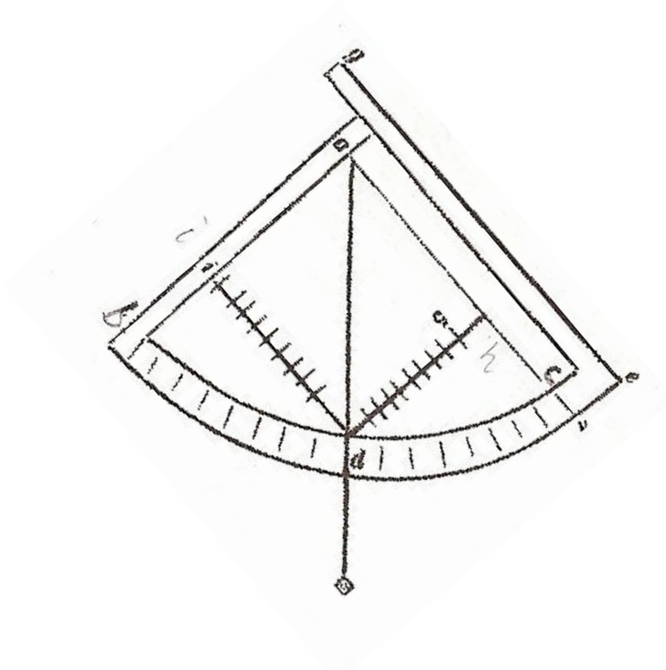


$$\frac{OP'}{OT'} = \frac{OP}{OT}$$

… se le due trasversali non sono perpendicolari, si generalizza: ecco il teorema!

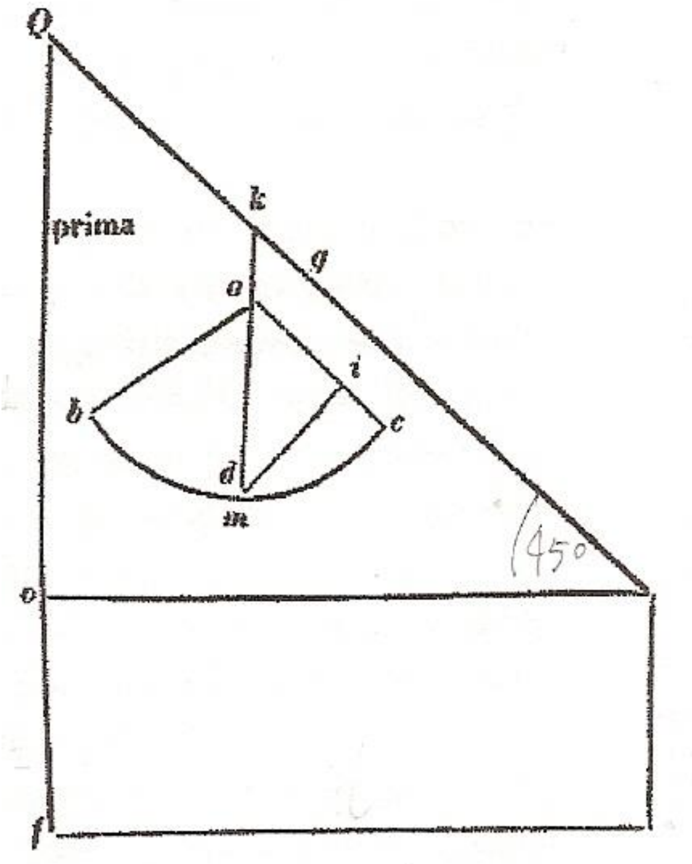

… e se non c'è il SOLE ?
Senza SOLE, niente ombra!

Il quadrante di Fibonacci



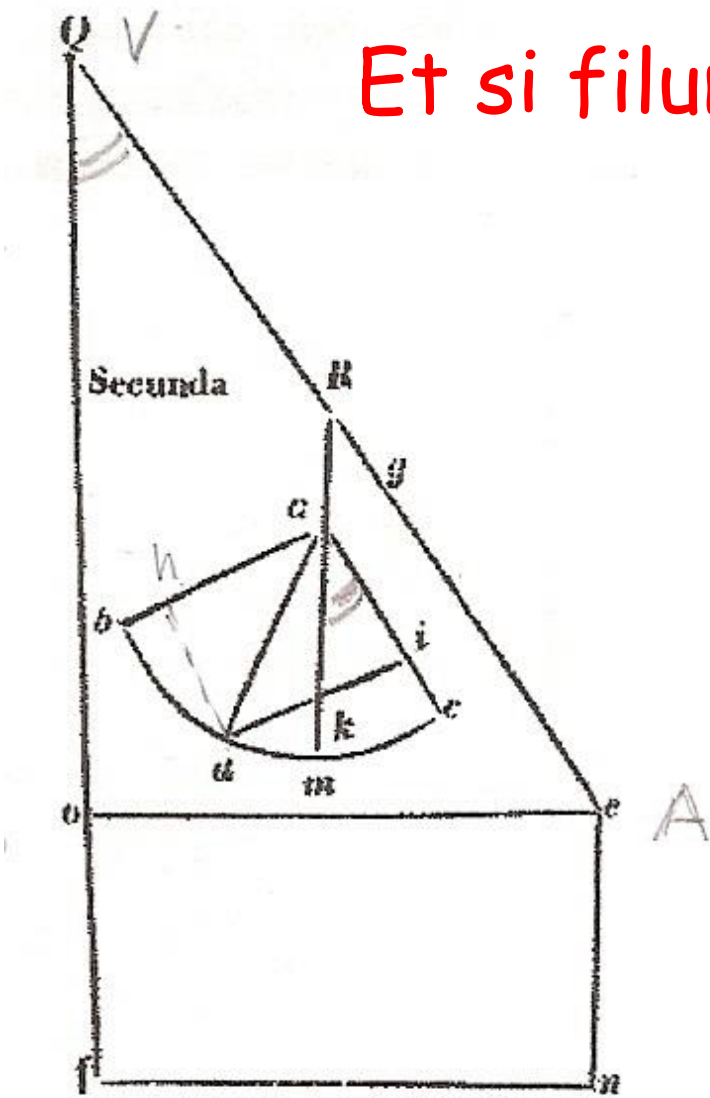
... et in puncto *a* figi filum cum quodam plumbino ...

Leonardo Pisano (1170, 1240 ca)
(Fibonacci)



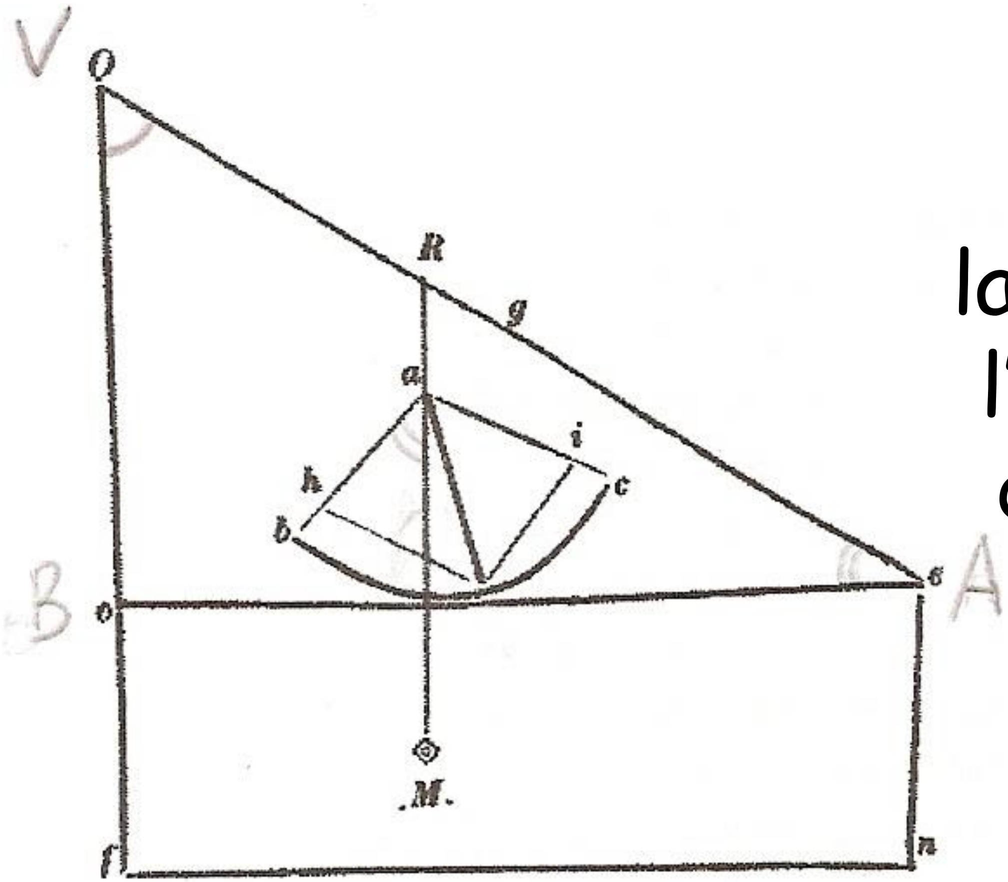
… quia si ceciderit filum super punctum d, tunc tanta erit altitudo metienda, quanta erit longitudo, que est inter te et pedem ipsius altitudinis; et tantum plus quantum est statura tua.

Et si filum ceciderit … in puncto ***k*** …



Ad esempio: se il filo cade a metà del lato del quadrante allora l'altezza ***h*** è doppia della distanza orizzontale ***d*** (ad ***h*** va aggiunta la statura dell'osservatore)

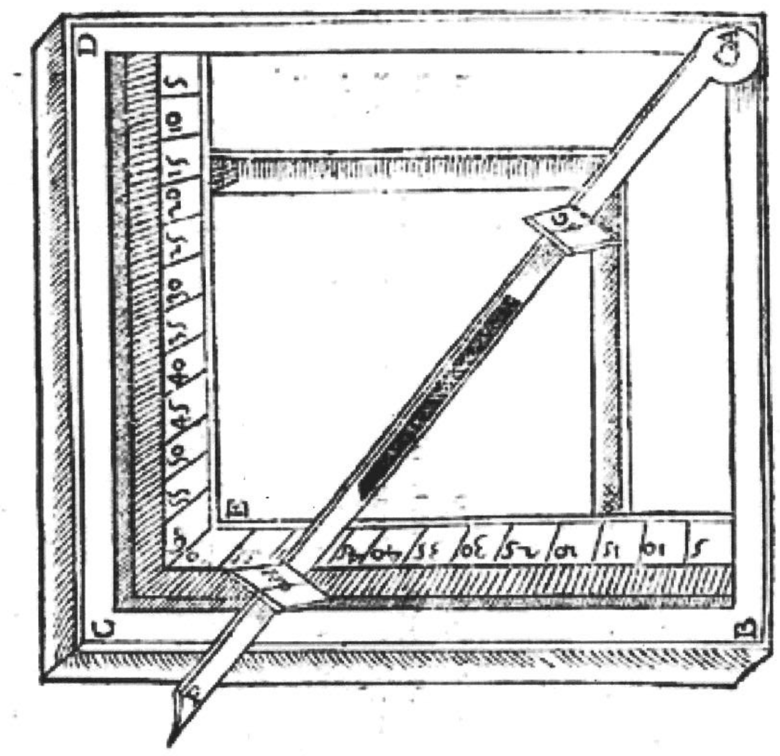
Rursus cadat filum super latus *hd*, super punctum *l*…



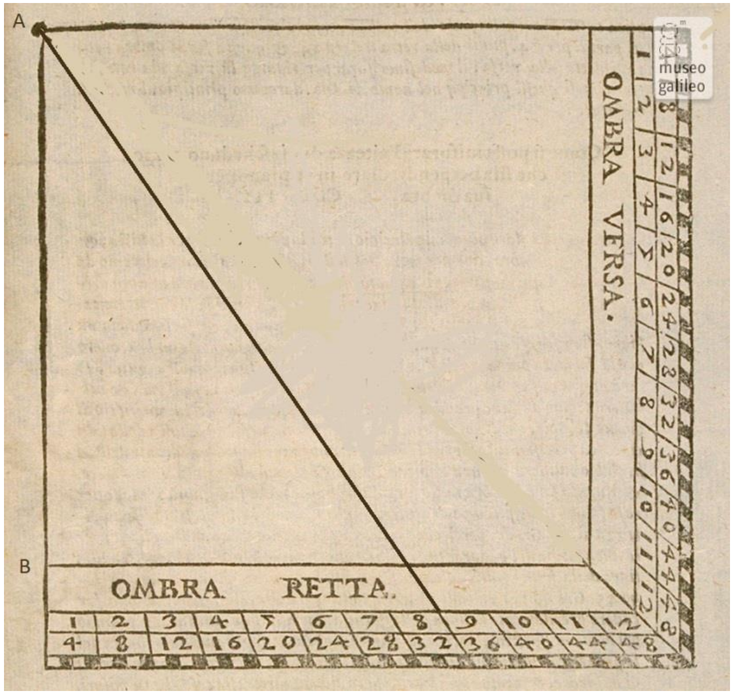
Ad esempio: se il filo cade a metà dell’altro lato del quadrante allora l’altezza ***h*** è metà della distanza orizzontale ***d*** (ad ***h*** va aggiunta la statura dell’osservatore)

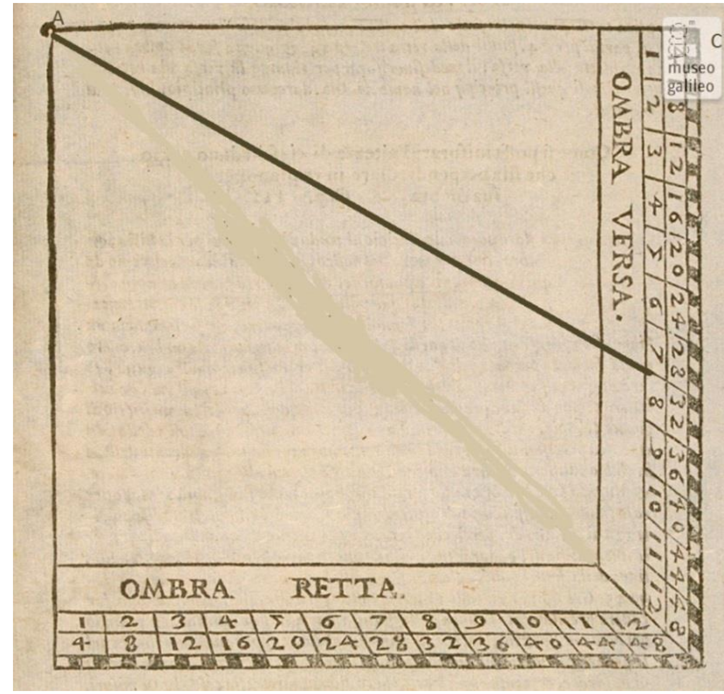
Francesco di Giorgio Martini, *La praticha di gieometria*, ms. ca. 1470, Firenze, Biblioteca Medicea Laurenziana, Codice Ashburnham 361.

Una variante al quadrante di Fibonacci: il ***quadrante geometrico***



Il filo a piombo è sostituito da una asticella rigida incernierata su un vertice del quadrato (la *linda*)

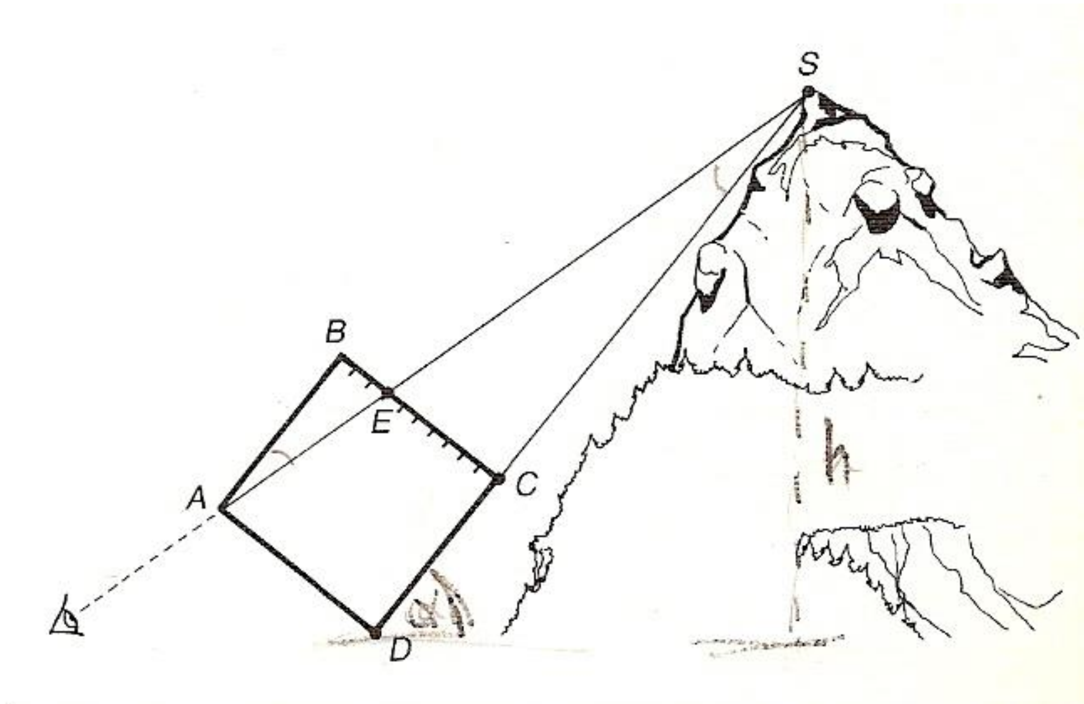




La linda simula il raggio del Sole:

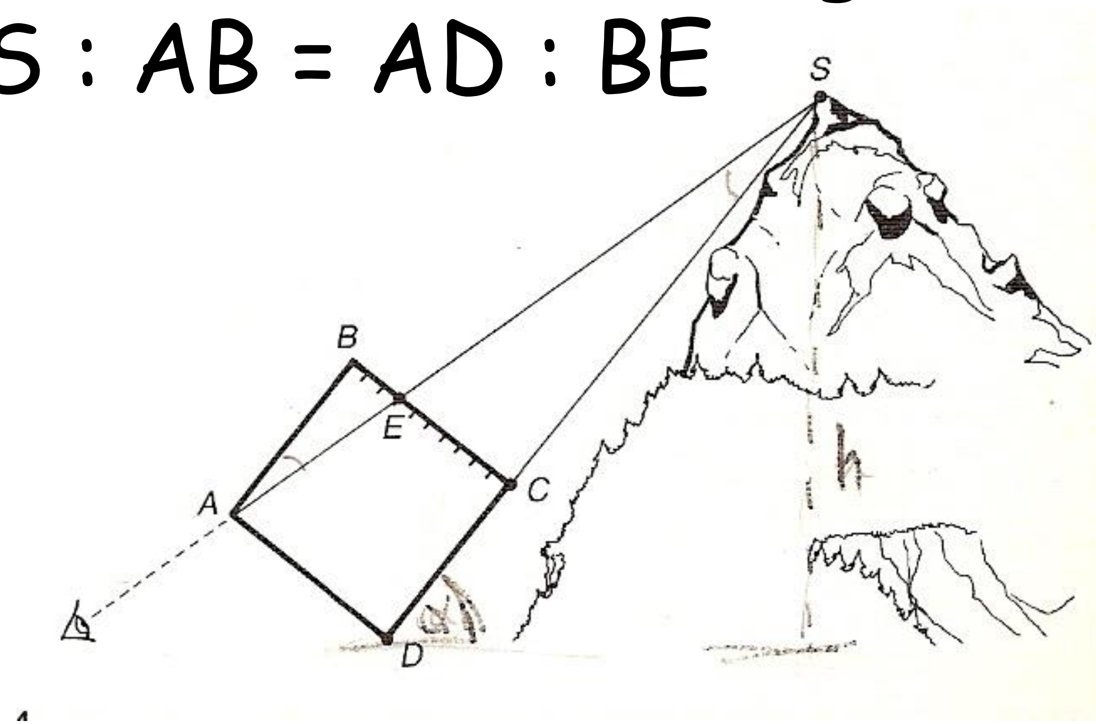
- se la linda interseca il lato orizzontale si individua **l'ombra retta** (ombra gettata dal lato verticale AB del quadrato come se fosse uno gnomone);
- se la linda interseca il lato verticale si ottiene **l'ombra versa** (ombra gettata dal lato orizzontale AC del quadrato come se fosse uno gnomone)

Il quadrante geometrico per misurare le distanze



Disponendo due vertici del quadrato (C e D) allineati con la sommità S si determina il punto E, intersezione del lato BC con AS.

Per la similitudine dei triangoli ADS , EBA si ha: DS : AB = AD : BE



Se la cornice quadrata ha il lato lungo 1 metro:

$$\overline{DS} = \frac{1}{\overline{BE}}$$

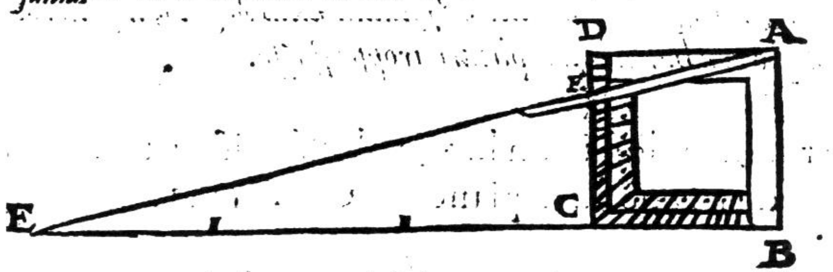
“ Come si misurino le distantie a piano di linee diritte con il quadrante geometrico ”

Cosimo Bartoli

Come si misurino le distantie a piano di linee diritte con il quadrante geometrico. Cap. III.

SE CI sarà proposta una linea diritta da misurarsi, che sia essenzialmẽte, o pure immaginata per il lungo, o per il largo, o per il trauerso della campagna, come per modo di essempio sarebbe la B E. Bisogna collocare il quadrante di maniera, che uno de suoi lati spartito, cioè il lato

lato B C uenga sopra il piano per lo lungo; & al diritto della propostaci linea B E & che il B sia a punto al principio della linea che si harà da misurare; & l'una, et l'altra faccia del quadrante A B, & C D, stia a piombo sopra il piano. Pongasi dipoi l'occhio al punto A & abbassisi, o alzisi la linda talmente, che passando la ueduta per amendue le mire arriui alla fine della propostaci linea E. Fatto questo notisi doue la linda A F batta nel lato C D: che per modo di essempio diremo che batta nel punto F. Se la intersecatione D F sarà 15. di quelle parti uguali, che tutta la C D uguale ad essa A D, è 60. perche 60, corrisponde per quattro tanti al 15. La propostaci linea B E sarà lunga per quattro uolte essa lato A B. Adunque se il lato A B sarà un braccio; la propostaci linea B E sarà quattro braccia simili.



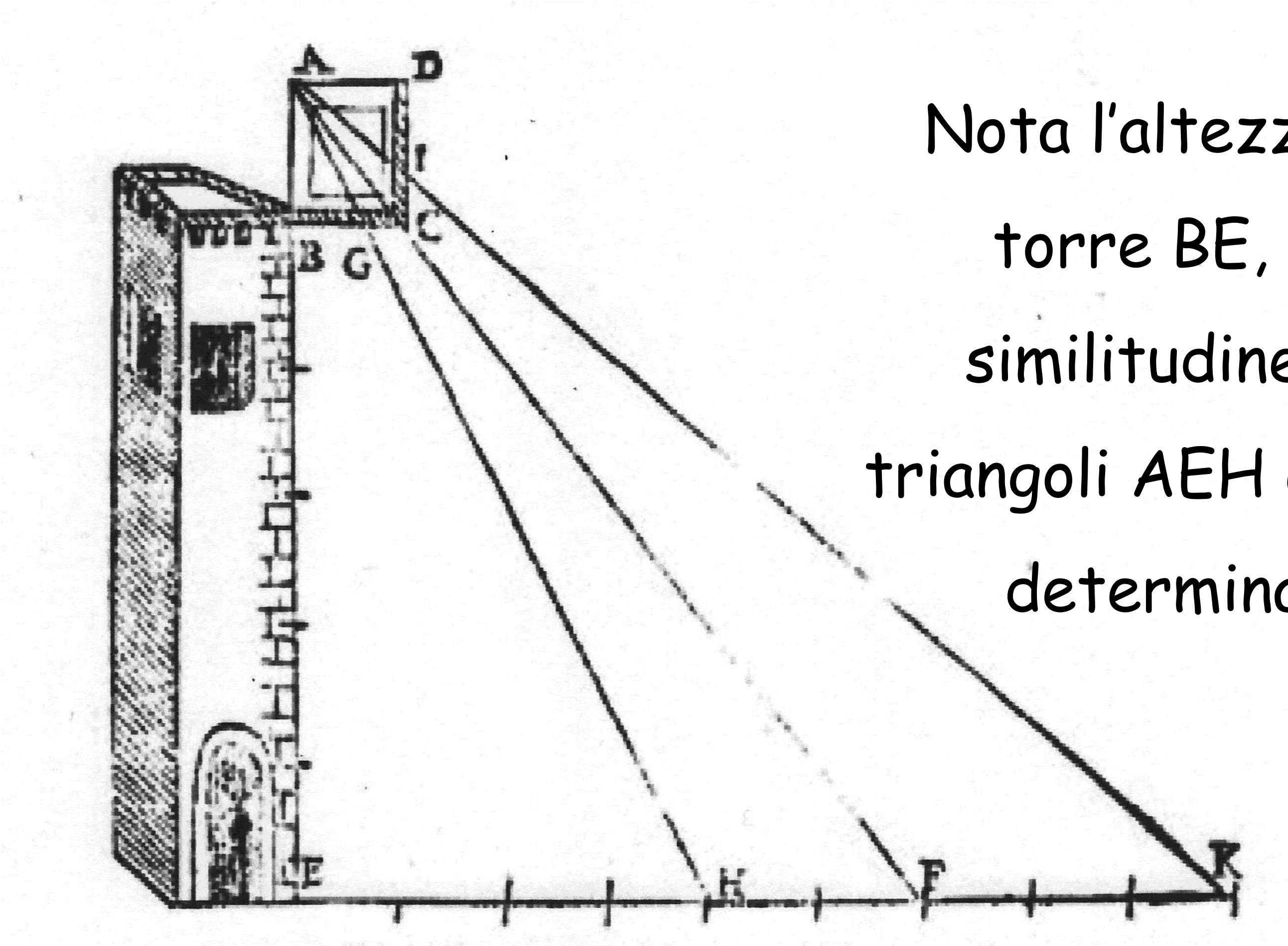
Dalla similitudine tra i triangoli ADF e ABE si ricava

AB:EB = DF:AD

e quindi si determina BE

"Come ritrovandosi in un luogo alto si misuri una linea diritta posta in piano"

Cosimo Bartoli



Nota l'altezza della torre BE, dalla similitudine tra i triangoli AEH e ABG, si determina EH

Pier Maria Calandri
Aritmetica

Eglie unalbero inſu la
riua dun fiume elqua
le e alto 50 braccia el
fiume e largho 30 bra
cia ⁊ per fortuna di ue
to ſiruppe intal luogo
che lacima dellalbero
toccaua lariua del fiu
me. Uo ſapere quante
braccia ſene ruppe ⁊
quanto nerimaſe ritto

50 ——— 30
50 2500 30
100 | 900
1600

rimaſe ritto 16 brac
cia ⁊ 34 braccia ſene
ruppe

Il problema del bambù spezzato


折抵地爲弦以句及股弦并求股故先令句自乘見矩
冪令如高而一凡爲高一丈爲股弦并之以除此冪得
差所得以減竹高而半其餘即折者之高也此率與係
索之類更相返覆也亦可如上術令高自乘爲股弦并
冪去本自乘爲矩冪減之餘爲實倍高爲法則得折之
高數也

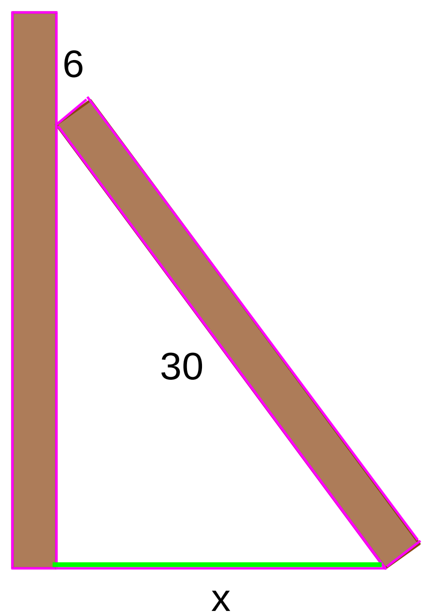
股弦和與勾求股法曰勾自乘爲實以股弦較乘股弦
和如股弦和而一正除得股弦較以減股弦和餘二段

Chiu Chang Shuan Shu
(I nove capitoli di arte matematica)
206 a.C. -220 d.C. –
246 problemi

Un bambù alto 32 cubiti si è spezzato a causa del vento. La sua estremità superiore tocca il terreno ad una distanza di 16 cubiti dalla base del fusto.
Dimmi, o matematico, a quale altezza si trova la frattura?

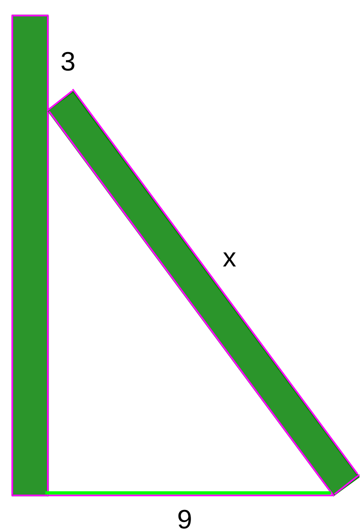
Esempio 3. (tavoletta BM 85196,9* classificata tra le più antiche).

Una palo (patu) di lunghezza 30 è appoggiato verticalmente contro una parete. Il suo estremo superiore si è spostato, verso il basso, di 6. Di quanto si è spostato l'estremo inferiore?



Un problema analogo è stato formulato mille anni dopo: è il numero ***12**** della tavoletta ***BM 34568*** di epoca seleucida.

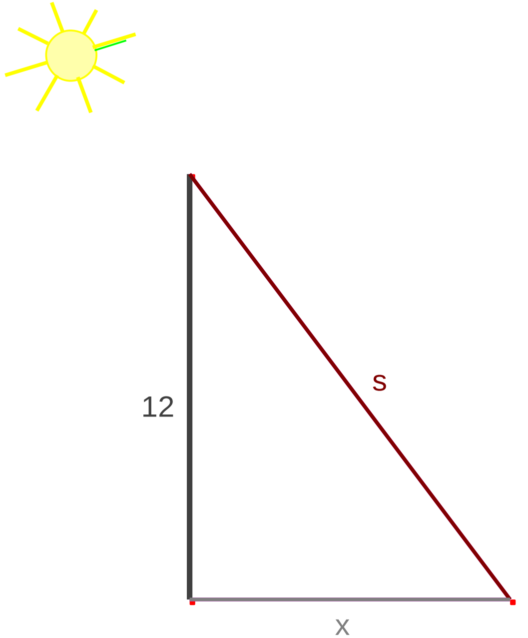
Una canna appoggiata ad un muro ho innalzato. 3 kus è quanto l'ho portata giù. 9 kus si è allontanata dal muro. Quanto è lunga la canna e quanto il muro ancora occupato dalla canna?



… o nel Viya Ganita di Bhaskara (XII sec.)

Il matematico indiano Bhaskara risolve un problema simile con un'equazione di secondo grado:

L'ombra di uno gnomone, posto verticalmente, alto 12 dita, diminuita di un terzo dell'ipotenusa diventa lunga 14 dita. Dimmi rapidamente, o matematico, quanto misura questa ombra.



… o nel *Liber Abaci* di Fibonacci (1202)

Leonardo Pisano (noto come Fibonacci) nel Liber Abaci, pubblicato nel 1202, risolve il problema seguente:

Un'asta lunga 20 piedi, inizialmente tutta appoggiata ad una torre, si discosta dalla base della torre di 12 piedi. Di quanto è scivolata?

… o nella Summa di Luca Pacioli (1494)

Anche nella Summa de Aritmetica vi sono vari esercizi che parlano di scale appoggiate ad un muro. Uno di questi è uguale a quello babilonese riportato sopra (Tav.BM 34568,12*): cambiano i dati numerici. La scala è scesa in verticale di 2 e si è spostata in orizzontale di 6. La novità è che Luca Pacioli si propone di risolvere il problema algebricamente: *"Benche alcum maestro che pone questi casi gli asolva per altri modi, noi per lalgebra gli asolveremo… porremo adonca la lunghezza della scala sia una cosa* [cioè un'incognita]*…"*

2008 d.C.

C9. In una tavoletta babilonese del 1800 a.c. si legge il seguente quesito: “Un bastone lungo 10 unità è appoggiato ad un muro (figura a). Poi, scivola di 2 unità (figura b). Di quante unità il piede del bastone si è allontanato dalla base del muro?”.

A. 6 unità.
B. 8 unità.
C. 10 unità.
D. 12 unità.

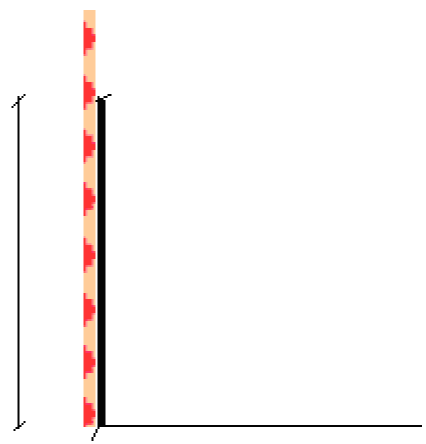


Figura a

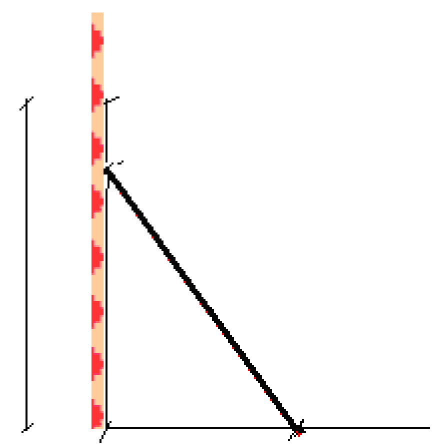


Figura b

Le nozioni che si potevano offrire con luminosa chiarezza venivano date oscure, contorte, imbrogliate, come per via di veri e propri indovinelli.

Jan Amos Komensky **(** ***Comenius*****)**
1592-1670