

# La matematica di Euclide e di Archimede

Pier Daniele Napolitani

**Dipartimento di Matematica, Pisa**

San Giovanni Valdarno

11 marzo 2010

# Caratteri della matematica greca (1)

- separazione netta fra geometria e aritmetica

# Caratteri della matematica greca (1)

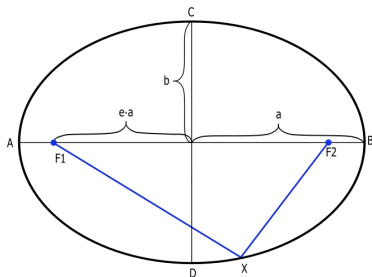
- separazione netta fra geometria e aritmetica
- mancanza di un linguaggio simbolico astratto (algebra)

# Caratteri della matematica greca (1)

- separazione netta fra geometria e aritmetica
- mancanza di un linguaggio simbolico astratto (algebra)
- gli oggetti matematici sono formalizzazioni di procedure e oggetti “concreti”

## La nostra ellisse ...

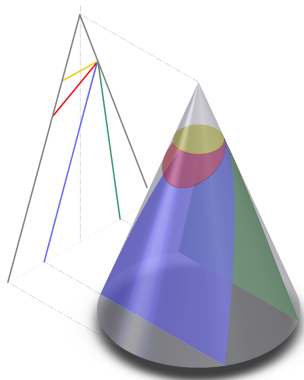
**per noi:** l'ellisse è il luogo di zeri di un polinomio di 2° grado in due variabili ( $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ ; con  $B^2 - 4AC < 0$ ) oppure è definita come luogo dei punti tali che la somma delle loro distanze dai fuochi è costante.



La curva è definita da una **proprietà astratta**, di natura algebrica.

## ...e l'ellisse dei Greci

**per loro:** è la curva che si ottiene tagliando un cono con un piano che intersechi tutte le generatrici del cono;  
la curva è definita da una **procedura concreta**; preesiste alle sue proprietà)



# Chi, cosa, dove, come e perché?

- Da Talete a Eutocio: mille matematici in mille anni

# Chi, cosa, dove, come e perché?

- Da Talete a Eutocio: mille matematici in mille anni
- Cosa:



# Chi, cosa, dove, come e perché?

- Da Talete a Eutocio: mille matematici in mille anni
- Cosa:
  - Geometria (di misura/di posizione/pratica)

# Chi, cosa, dove, come e perché?

- Da Talete a Eutocio: mille matematici in mille anni
- Cosa:
  - Geometria (di misura/di posizione/pratica)
  - Teoria dei numeri

# Chi, cosa, dove, come e perché?

- Da Talete a Eutocio: mille matematici in mille anni
- Cosa:
  - Geometria (di misura/di posizione/pratica)
  - Teoria dei numeri
  - Sferica

# Chi, cosa, dove, come e perché?

- Da Talete a Eutocio: mille matematici in mille anni
- Cosa:
  - Geometria (di misura/di posizione/pratica)
  - Teoria dei numeri
  - Sferica
  - Astronomia

# Chi, cosa, dove, come e perché?

- Da Talete a Eutocio: mille matematici in mille anni
- Cosa:
  - Geometria (di misura/di posizione/pratica)
  - Teoria dei numeri
  - Sferica
  - Astronomia
  - Musica

# Chi, cosa, dove, come e perché?

- Da Talete a Eutocio: mille matematici in mille anni
- Cosa:
  - Geometria (di misura/di posizione/pratica)
  - Teoria dei numeri
  - Sferica
  - Astronomia
  - Musica
  - Meccanica, ottica

# Chi, cosa, dove, come e perché?

- Da Talete a Eutocio: mille matematici in mille anni
- Cosa:
  - Geometria (di misura/di posizione/pratica)
  - Teoria dei numeri
  - Sferica
  - Astronomia
  - Musica
  - Meccanica, ottica
- Atene, Alessandria, Siracusa, Pergamo, Bisanzio/Costantinopoli ...

# Chi, cosa, dove, come e perché?

- Da Talete a Eutocio: mille matematici in mille anni
- Cosa:
  - Geometria (di misura/di posizione/pratica)
  - Teoria dei numeri
  - Sferica
  - Astronomia
  - Musica
  - Meccanica, ottica
- Atene, Alessandria, Siracusa, Pergamo, Bisanzio/Costantinopoli ...
- Scuole o matematici isolati?



# Chi, cosa, dove, come e perché?

- Da Talete a Eutocio: mille matematici in mille anni
- Cosa:
  - Geometria (di misura/di posizione/pratica)
  - Teoria dei numeri
  - Sferica
  - Astronomia
  - Musica
  - Meccanica, ottica
- Atene, Alessandria, Siracusa, Pergamo, Bisanzio/Costantinopoli ...
- Scuole o matematici isolati?
- Mathematica mathematicis scribuntur?

# Euclide: chi era costui?

- III sec. a.C. Alessandria? 300 a.C. circa? o più tardi?

# Euclide: chi era costui?

- III sec. a.C. Alessandria? 300 a.C. circa? o più tardi?
- Opere

# Euclide: chi era costui?

- III sec. a.C. Alessandria? 300 a.C. circa? o più tardi?
- Opere
  - *Data*

# Euclide: chi era costui?

- III sec. a.C. Alessandria? 300 a.C. circa? o più tardi?
- Opere
  - *Data*
  - *Porismi* (perduto)

# Euclide: chi era costui?

- III sec. a.C. Alessandria? 300 a.C. circa? o più tardi?
- Opere
  - *Data*
  - *Porismi* (perduto)
  - *Coniche* (? in ogni caso, perduto)

# Euclide: chi era costui?

- III sec. a.C. Alessandria? 300 a.C. circa? o più tardi?
- Opere
  - *Data*
  - *Porismi* (perduto)
  - *Coniche* (? in ogni caso, perduto)
  - *Ottica* e *Catottrica*

# Euclide: chi era costui?

- III sec. a.C. Alessandria? 300 a.C. circa? o più tardi?
- Opere
  - *Data*
  - *Porismi* (perduto)
  - *Coniche* (? in ogni caso, perduto)
  - *Ottica e Catottrica*
  - *Fenomeni* (astronomia)



# Euclide: chi era costui?

- III sec. a.C. Alessandria? 300 a.C. circa? o più tardi?
- Opere
  - *Data*
  - *Porismi* (perduto)
  - *Coniche* (? in ogni caso, perduto)
  - *Ottica e Catottrica*
  - *Fenomeni* (astronomia)
  - Meccanica, ottica

# Euclide: chi era costui?

- III sec. a.C. Alessandria? 300 a.C. circa? o più tardi?
- Opere
  - *Data*
  - *Porismi* (perduto)
  - *Coniche* (? in ogni caso, perduto)
  - *Ottica e Catottrica*
  - *Fenomeni* (astronomia)
  - Meccanica, ottica
- e, naturalmente, ...

### Definizioni, assiomi, postulati

Nel Libro I E. introduce con 23 definizioni gli oggetti geometrici fondamentali (il punto, la retta, il piano, l'angolo) ed enuncia cinque assiomi e cinque postulati. Gli assiomi sono verità generali («il tutto è maggiore della parte»); i postulati sono assunzioni specifiche relative alla geometria («dati due punti, si può tracciare la retta che li congiunge»). Il più famoso dei postulati è il quinto, che viene in genere enunciato come «per un punto esterno a una retta passa una e una sola parallela alla retta data»

# Libri I-VI

Geometria piana e teoria delle proporzioni:

I-IV: Teorema “di Pitagora”, proprietà del cerchio, poligoni regolari

Il V libro: una teoria delle proporzioni fra grandezze (anche non commensurabili ...)

VI: la teoria applicata ai poligoni

## Libri VII-X

VII–IX: “teoria dei numeri” (algoritmo di Euclide, numeri primi, numeri perfetti ...)

X: grandezze irrazionali (114 proposizioni! e a che scopo?)

## Libri XI–XIII

XI: rette e piani; parallelepipedi e prismi

XII: piramidi, coni e sfere

XIII: la costruzione dei poliedri regolari

# Archimede

Di Archimede sappiamo tantissimo (tutto è relativo ...)

Muore nel 212 a.C., ucciso dai Romani

Legato alla sua città nella buona e nella cattiva sorte, diventa una figura leggendaria (le macchine, gli specchi ustorii, “datemi un punto di appoggio”, “eureka eureka” ...)

# Caratteri della matematica di Archimede

- Le sue sono opere *brevi*: centrate sulla soluzione di un problema ben preciso (quadratura della parabola; le spirali e il cerchio, la sfera e il cilindro ...)



# Caratteri della matematica di Archimede

- Le sue sono opere *brevi*: centrate sulla soluzione di un problema ben preciso (quadratura della parabola; le spirali e il cerchio, la sfera e il cilindro ...)
- scrive per altri matematici: stile ellittico

# Caratteri della matematica di Archimede

- Le sue sono opere *brevi*: centrate sulla soluzione di un problema ben preciso (quadratura della parabola; le spirali e il cerchio, la sfera e il cilindro ...)
- scrive per altri matematici: stile ellittico
- è facile capire lo scopo

# Caratteri della matematica di Archimede

- Le sue sono opere *brevi*: centrate sulla soluzione di un problema ben preciso (quadratura della parabola; le spirali e il cerchio, la sfera e il cilindro ...)
- scrive per altri matematici: stile ellittico
- è facile capire lo scopo
- è difficile capire come viene raggiunto

# Di cosa si occupa Archimede

- geometria di misura: confronto diretto fra una figura ignota (p. es. la sfera) e una più nota (p. es. cilindro)

# Di cosa si occupa Archimede

- geometria di misura: confronto diretto fra una figura ignota (p. es. la sfera) e una più nota (p. es. cilindro)
- modelli matematici di situazioni reali:

# Di cosa si occupa Archimede

- geometria di misura: confronto diretto fra una figura ignota (p. es. la sfera) e una più nota (p. es. cilindro)
- modelli matematici di situazioni reali:
  - stadere reali  $\longleftrightarrow$  bilancia astratta

# Di cosa si occupa Archimede

- geometria di misura: confronto diretto fra una figura ignota (p. es. la sfera) e una più nota (p. es. cilindro)
- modelli matematici di situazioni reali:
  - stadere reali  $\longleftrightarrow$  bilancia astratta
  - galleggiamento delle navi  $\longleftrightarrow$  galleggiamento di un segmento di sfera o di paraboloide

# Il codice perduto

- 1906: la scoperta
  - palinsesto: un codice di pergamena lavato e riscritto
- è il codice più antico che possediamo di Archimede
- ma soprattutto contiene opere che gli altri codici greci che abbiamo non ci hanno trasmesso; fra le altre:
  - **il *Metodo per i teoremi meccanici***

Il palinsesto poi scomparve durante la rivoluzione turca, finì nelle mani di collezionisti senza scrupoli, venne ritrovato, fu venduto per soli 2 milioni di dollari a un'asta di Christies's a New York, restaurato, studiato fra gli altri anche dal mio amico Ken Saito: ma questa è un'altra storia ...

- R. Netz, W, Noel, *Il Codice Perduto di Archimede* BUR
- <http://www.archimedespalimpsest.org/>



## Il Metodo

- Ha la forma di una lettera indirizzata a Eratostene, direttore della biblioteca di Alessandria (e il primo a misurare la circonferenza della Terra)

## Il Metodo

- Ha la forma di una lettera indirizzata a Eratostene, direttore della biblioteca di Alessandria (e il primo a misurare la circonferenza della Terra)
- Fra le altre cose, Archimede descrive un modo per calcolare volumi e centri di gravità basato sull'uso di una bilancia

## Il *Metodo*

- Ha la forma di una lettera indirizzata a Eratostene, direttore della biblioteca di Alessandria (e il primo a misurare la circonferenza della Terra)
- Fra le altre cose, Archimede descrive un modo per calcolare volumi e centri di gravità basato sull'uso di una bilancia
- Fino a ora il *Metodo* è stato studiato soprattutto per questo, anzi ...

## Il *Metodo*

- Ha la forma di una lettera indirizzata a Eratostene, direttore della biblioteca di Alessandria (e il primo a misurare la circonferenza della Terra)
- Fra le altre cose, Archimede descrive un modo per calcolare volumi e centri di gravità basato sull'uso di una bilancia
- Fino a ora il *Metodo* è stato studiato soprattutto per questo, anzi ...
- ... si è arrivato spesso a vedere in Archimede il precursore del calcolo infinitesimale.